

О. С. Ростовщикова, А. А. Иванова, В. Б. Пономарев  
Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург  
[v.b.ponomarev@urfu.ru](mailto:v.b.ponomarev@urfu.ru)

## ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ ОСАЖДЕНИЯ ДВИЖУЩИХСЯ ЧАСТИЦ В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ ПО КРИТЕРИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ

*Проведено исследование погрешностей вычисления скоростей осаждения движущихся частиц в газовой среде. В ходе работы оптимизировался расчет формулы скорости осаждения частицы в газовой среде. В результате получена расчетная аппроксимация зависимости числа Рейнольдса от числа Архимеда с учётом минимизации относительной погрешности со средним отклонением не выше 0,6 %.*

*Ключевые слова: скорость осаждения, относительная погрешность, число Рейнольдса, число Архимеда, сопротивление среды.*

O. S. Rostovshchikova, A. A. Ivanova, V. B. Ponomarev  
Ural Federal University, Ekaterinburg

## INACCURACY OF DETERMINING THE DEPOSITION RATES OF MOVING PARTICLES IN A GAS MEDIUM BY THE CRITERION EQUATION

*Study of errors of calculation of rates of deposition of moving particles in gas medium was carried out. In the course of the work, the calculation of the particle deposition rate formula in the gas medium was optimized. As a result, a calculated approximation of the Reynolds number versus Archimedes number is obtained, taking into account minimization of relative error with average deviation not exceeding 0.6 %.*

*Keywords: Deposition rate, relative error, Reynolds number, Archimedes number, medium resistance.*

На одиночную шарообразную частицу, осаждающуюся в газовой

среде действуют следующие силы: сила тяжести

$$\vec{G} = \frac{\pi d^3}{6} \rho \vec{g}; \quad (1)$$

сила Архимеда

$$\vec{F}_A = -\frac{\pi d^3}{6} \vec{g} \Delta \quad (2)$$

и сила гидродинамического сопротивления

$$\vec{R} = -\lambda \frac{\pi d^2 u \vec{u}}{8} \Delta, \quad (3)$$

где  $d$  – диаметр частицы, м;

$\lambda$  – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы;

$u$  – скорость движения твердой частицы относительно среды, м/с;

$\rho$ ,  $\Delta$  – соответственно, кажущая плотность твердой частицы и плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – ускорение свободного падения,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

Коэффициент сопротивления зависит от величины критерия Рейнольдса

$$Re = \frac{|u| d \Delta}{\mu}, \quad (4)$$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости среды, Н·с/м.

Так как для неподвижной среды относительная скорость равна скорости осаждения частицы, можно записать

$$\frac{dv}{dt} = g \left( 1 - \frac{\Delta}{\rho} \right) - \frac{\lambda v^2 \Delta}{8 d \rho}. \quad (5)$$

Поскольку сопротивление среды  $\lambda$  зависит от скорости, очевидно, что ускорение движения частицы будет уменьшаться по мере возрастания ее скорости. Опыт показывает, что очень скоро (особенно для мелких частиц) наступает момент, когда сила сопротивления среды практически уравнивает массовую силу и частица начинает двигаться с постоянной скоростью.

В стационарном режиме осаждения равновесие сил можно выразить как:

$$g \frac{\pi d^3}{6} (\rho - \Delta) = \lambda \frac{\pi d^2}{4} \frac{v^2}{2} \Delta, \quad (6)$$

а скорость осаждения

$$v = \sqrt{\frac{4d(\rho - \Delta)g}{3\lambda\Delta}}. \quad (7)$$

Выразим из (4) скорость через число Рейнольдса и подставим в (6):

$$\frac{g4d^3}{3\mu^2}(\rho - \Delta)\Delta = \lambda \text{Re}^2. \quad (8)$$

Вводя число Архимеда [1]

$$\text{Ar} = \frac{gd^3(\rho - \Delta)\Delta}{\mu^2}, \quad (9)$$

можно записать

$$\lambda \text{Re}^2 = \frac{4}{3} \text{Ar}. \quad (10)$$

Имея табличные значения графика Релея [2] с учетом зависимости (10), нетрудно построить график  $\text{Re} = f(\text{Ar})$  и определить скорость осаждения частицы диаметром  $d$  с кажущейся плотностью  $\rho$  в газовой среде с плотностью  $\Delta$  и динамической вязкостью  $\mu$ .

Для области Стокса ( $\lambda = 24/\text{Re}$ ) и автомодельного режима ( $\lambda = 0,44$ ) эти зависимости можно найти аналитически:

$$\text{Re} = \begin{cases} \frac{\text{Ar}}{18} & \text{Re} \leq 0,3 \\ \sqrt{3\text{Ar}} & \text{Re} = 700 - 2 \cdot 10^5 \end{cases}. \quad (11)$$

Для переходной области Гельперин [13] предложил зависимость

$$\text{Re} = 0,153\text{Ar}^{0,714}, \quad (12)$$

в работах [2, 4] приводится следующая формула:

$$\text{Re} = \frac{\text{Ar}}{18 + 0,6\sqrt{\text{Ar}}}. \quad (13)$$

Математический анализ этих зависимостей показал среднюю относительную погрешность в диапазоне  $\text{Re}$  от 0,3 до 1000 для формулы (12) – 18 %, для (13) – 7 %.

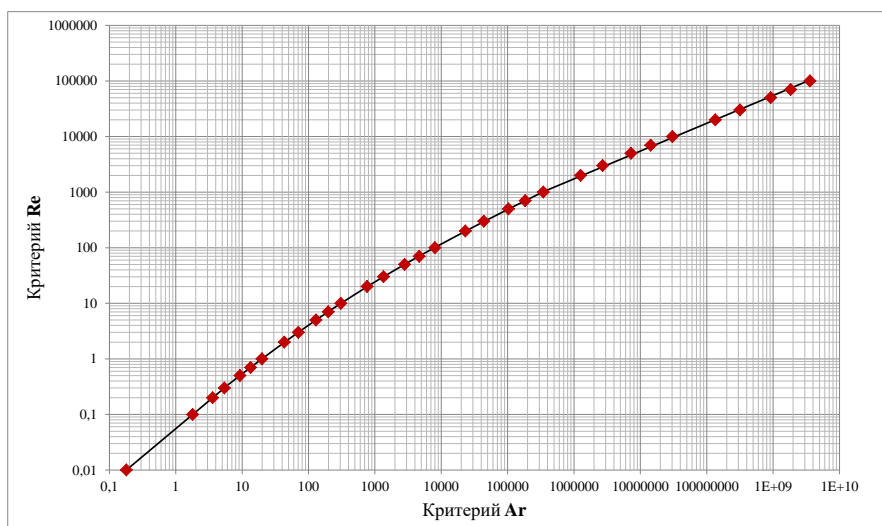
После проведения компьютерного поиска оптимальных значений эмпирических коэффициентов формулы (13) с учетом минимизации относительной погрешности, получена следующая аппроксимационная формула:

$$Re = \frac{Ar}{15 + 1,35Ar^{0,43}}, \quad (14)$$

при этом среднее относительное отклонение от табличных данных оказалось не выше 0,6 %. Скорость осаждения частиц диаметром  $d$  можно определить как

$$v = \begin{cases} \frac{gd^2(\rho - \Delta)}{18\mu} & Re \leq 0,3; Ar \leq 5,4 \\ \frac{Ar}{15 + 1,35Ar^{0,43}} \frac{\mu}{d\Delta} & Re = 0,3 - 700; Ar = 5,4 - 1,63 \cdot 10^5 \\ \sqrt{\frac{3gd(\rho - \Delta)}{\Delta}} & Re = 700 - 2 \cdot 10^5; Ar = 1,63 \cdot 10^5 - 1,33 \cdot 10^{10} \end{cases}, \quad (15)$$

На рисунке показаны табличные и расчетные зависимости  $Re = f(Ar)$  с использованием формул (11, 15).



Зависимость числа Рейнольдса от числа Архимеда

Полученная зависимость для скорости осаждения частиц позволяет в несколько раз снизить погрешность расчетов осадительных камер и метательных гравитационных сепараторов, тем самым оптимизируя энергозатраты на эти процессы.

#### Список использованных источников

1. Архипов, В. А. Движение частиц дисперсной фазы в несущей среде : учеб. пособие / В. А. Архипов, А. С. Усанина. Томск : Изд. Дом ТГУ, 2014. 252 с.
2. Разумов, И. М. Псевдооживление и пневмотранспорт сыпучих материалов / И. М. Разумов: изд. второе, доп. и пер. М. : Химия, 1972. 240 с.
3. Гельперин, Н. И. Основы техники псевдооживления / Н. И. Гельперин, В. Г. Анштейн, В. Б. Кваша. М. : Химия, 1967. 664 с.
4. Страус, В. Промышленная очистка газов: пер. с англ. / В. Страус. М. : Химия, 1981. 616 с.